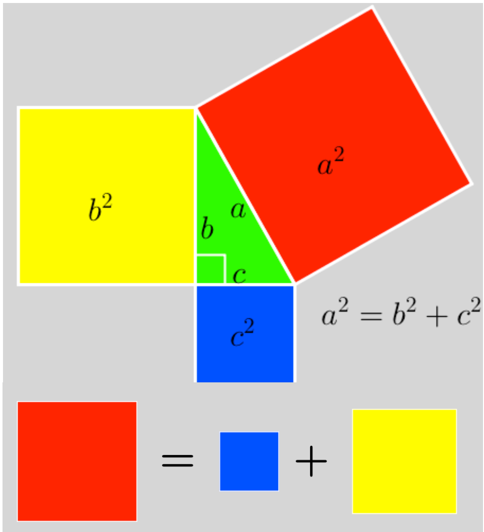
8ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2012
Somando novos talentos para o Brasil

Sobre o cartaz da OBMEP 2012

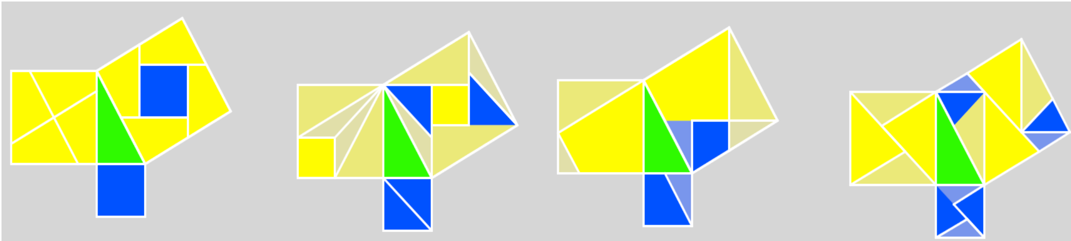
O tema do cartaz da OBMEP 2012 é o teorema de Pitágoras, que diz que em um triângulo retângulo de hipotenusa *a* e catetos *b* e *c* tem-se $a^2 = b^2 + c^2$. Como a área de um quadrado de lado ℓ é ℓ^2, essa expressão algébrica admite a seguinte leitura geométrica: *em um triângulo retângulo (a área do) o quadrado sobre a (da) hipotenusa é igual à soma (das áreas) dos quadrados sobre os (dos) catetos*. Com referência à figura ao lado, o teorema de Pitágoras diz então que que*a área do quadrado vermelho é igual à soma das áreas dos quadrados amarelo e azul*.



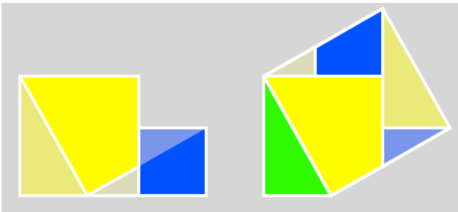
Um divertimento matemático que atravessou os séculos é inventar novas demonstrações para o teorema de Pitágoras; hoje conhecem-se em torno de 400 delas! Algumas têmum forte apelo visual e são especialmente adequadas a atividade lúdicas em sala de aula; todas são baseadas na interpretação do teorema de Pitágoras em linguagem de áreas, como enunciado acima. O objetivo do cartaz é apresentar algumas dessas demonstrações e convidar professores e alunos a pegarem papel, régua, tesoura e lápis de cor para replicá-las, descobrindo, assim, sua beleza.

Observamos que o termo “demonstração”, que usamos aqui, não é exatamente correto. Em Matemática, uma demonstração exige um argumento lógico, que parta de fatos conhecidos e chegue ao fato novo cuja verdade queremos estabelecer. No nosso caso, seria melhor usar a palavra “mostração”. A ideia é que as relações geométricas presentes nas figuras são visualmente evidentes e suficientes para convencer qualquer um da verdade do teorema, sem a necessidade de uma demonstração formal. Desse modo, as figuras podem ser usadas com alunos de qualquer nível e oferecem uma excelente maneira de apresentar esse importante resultado sem apelo a raciocínios algébricos ou geométricos.

As demonstrações apresentadas no cartaz podem ser divididas em grupos, de acordo com as ideias usadas em sua elaboração. Começamos com as quatro figuras abaixo, nas quais a ideia é decompor os quadrados sobre os catetos em peças que, rearranjadas, formam o quadrado da hipotenusa.

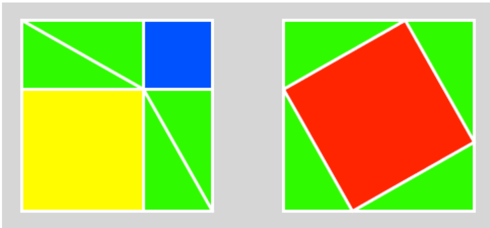


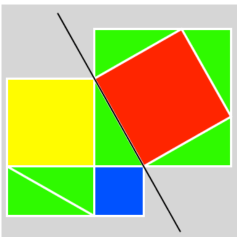
Observamos que, implícito nesse tipo de manipulação, há um princípio básico que deve ser constantemente apontado, mesmo que de modo informal: *ao dividir uma figura plana em peças (disjuntas), a soma das áreas das peças é igual à área da figura original.* Informalmente, isso é o mesmo que dizer que a área de um quebra-cabeças montado é igual à soma da área de suas peças.



Ao lado vemos outra demonstração com essa ideia. Ela é apresentada de modo diferente das anteriores, para que se possa melhor entender como decompor os quadrados sobre os catetos

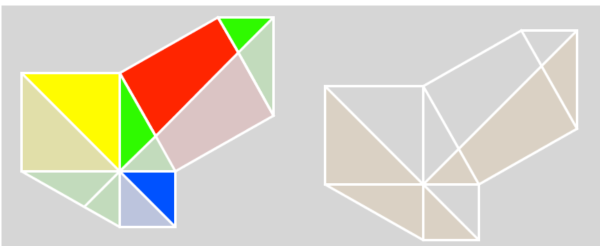
Um segundo grupo de figuras usa a ideia de retirar partes iguais de figuras iguais de duas maneiras diferentes. Por exemplo, se ao lado retirarmos quatro triângulos do quadrado à esquerda, obtemos os quadrados dos catetos; fazendo o mesmo no quadrado à direita, obtemos o quadrado da hipotenusa.



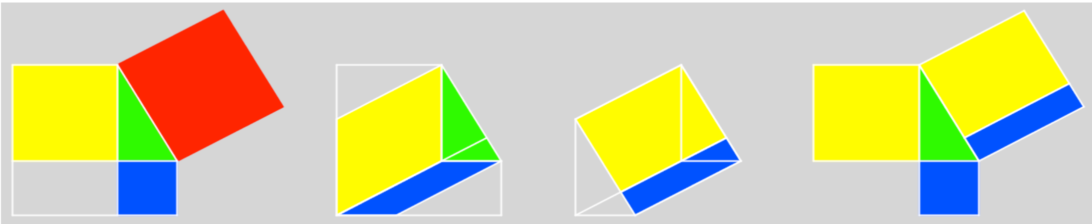


Na demonstração ao lado a ideia é a mesma. Observamos que a figura (ignorando cores e as divisões internas) tem um eixo de simetria, indicado em preto; o teorema segue retirando três triângulos de cada uma de suas “metades”.

Nossa próxima demonstração é atribuída a Leonardo da Vinci (1452-1519) e aparece ao lado, na figura da esquerda.Para entender o que está acontecendo, recomendamos prestar atenção à figura da direita!



A última demonstração não segue exatamente o que fizemos até agora. Essencialmente, essa é a demonstração que Euclides apresentou nos *Elementos* (escrito por volta de 300 a. C.) e é baseada no fato de que paralelogramos de mesma base e mesma altura têm a mesma área.



Observamos que o quadrado azul à esquerda é deformado em um paralelogramo de mesma base e altura; esse paralelogramo é então deformado em um retângulo, também de mesma base e altura. O mesmo trajeto é seguido pelo quadrado amarelo; a conclusão do teorema está à direita.

Esperamos que o nosso cartaz seja útil para professores e alunos e faça com que aumentem a apreciação e o interesse por essa joia da Matemática.

A Equipe da OBMEP