



## QUESTÃO 1

Deseja-se escrever um número positivo em cada um dos seis quadradinhos vazios do tabuleiro ao lado, de modo que o produto dos três números de qualquer linha, coluna ou diagonal seja sempre o mesmo.

	16	5
1		

a) Qual número deve ser escrito no quadradinho destacado abaixo?

	16	5
1		

Correção	Revisão interna
----------	-----------------

b) Qual número deve ser escrito no quadradinho destacado abaixo?

	16	5
1		

Correção	Revisão interna
----------	-----------------

c) Complete o tabuleiro.

	16	5
1		

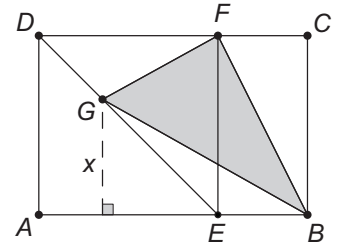
Correção	Revisão interna
----------	-----------------

TOTAL

Correção	Revisão interna
----------	-----------------

## QUESTÃO 2

Na figura ao lado,  $AEFD$  é um quadrado e o retângulo  $ABCD$  tem lados  $AB = 3$  e  $AD = 2$ . Seja  $G$  um ponto qualquer do segmento  $DE$  e  $x$  a distância de  $G$  ao segmento  $AB$ .



a) Calcule a área do triângulo  $BFG$  quando  $G$  é o ponto médio do segmento  $DE$ .

Correção	Revisão interna
----------	-----------------

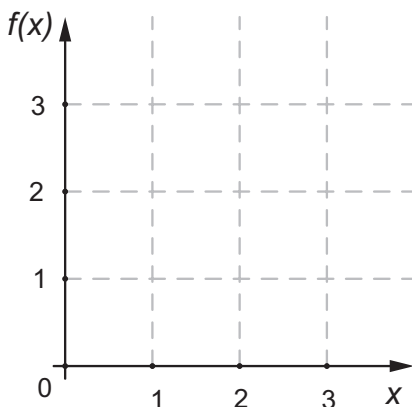
b) Seja  $f$  a função que associa a cada valor de  $x$  a área  $f(x)$  do triângulo  $BFG$ . Escreva uma expressão para  $f(x)$ .

Correção	Revisão interna
----------	-----------------

c) Qual é o domínio da função  $f$ ?

Correção	Revisão interna
----------	-----------------

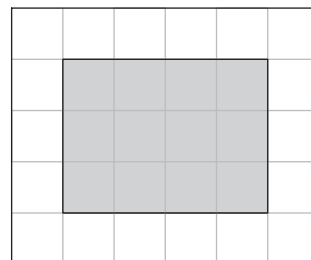
d) Desenhe o gráfico da função  $f$ .



	Correção	Revisão interna
TOTAL	Correção	Revisão interna

### QUESTÃO 3

Uma fábrica produz tapetes retangulares com quadrados de mesmo tamanho e de duas cores, brancos e cinzentos. Os quadrados brancos são usados para fazer a borda do tapete e os cinzentos formam um retângulo na parte de dentro. Qualquer quadrado branco está unido a exatamente dois outros quadrados brancos. A figura ao lado mostra um tapete  $6 \times 5$ .



a) Quantos quadradinhos brancos e quantos cinzentos tem um tapete  $m \times n$ ?

Correção	Revisão interna
----------	-----------------

b) Um tapete é *equilibrado* quando o número de quadradinhos brancos é igual ao de quadradinhos cinzentos. Mostre que um tapete  $m \times n$  é equilibrado se, e somente se,  $\frac{mn}{(m-2)(n-2)} = 2$ .

Correção	Revisão interna
----------	-----------------

c) Determine todos os valores de  $m$  e  $n$  para os quais um tapete  $m \times n$  é equilibrado.

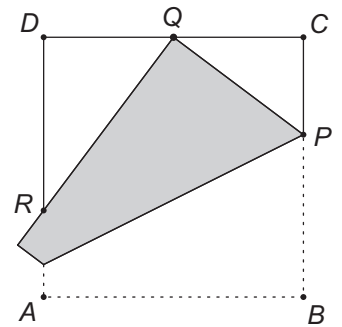
Correção	Revisão interna
----------	-----------------

TOTAL

Correção	Revisão interna
----------	-----------------

## QUESTÃO 4

Uma folha de papel quadrada  $ABCD$  com 20 cm de lado foi dobrada de modo que o ponto  $B$  coincidissem com o ponto médio  $Q$  do lado  $CD$ , como indicado na figura ao lado.



a) Mostre que o comprimento do segmento  $BP$  é igual a 12,5 cm.

Correção	Revisão interna
----------	-----------------

b) Mostre que os ângulos  $\hat{Q}PC$  e  $\hat{D}QR$  são congruentes.

Correção	Revisão interna
----------	-----------------

c) Calcule o comprimento do segmento  $DR$ .

	Correção	Revisão interna
TOTAL	Correção	Revisão interna

## QUESTÃO 5

Ana e Carlos inventaram um jogo com dez cartões, cada um deles branco de um lado e preto de outro. As regras são as seguintes:

- Inicialmente os cartões são dispostos na mesa, formando uma fila horizontal. As cores das faces dos cartões voltadas para cima são escolhidas ao acaso.
- Em cada jogada, se houver um ou mais cartões consecutivos com faces brancas voltadas para cima no início da fila (à esquerda), esses devem ser retirados; em seguida, os cartões que restaram na fila devem ser virados. Se a fila começar com um cartão com a face preta voltada para cima, são virados todos os cartões.
- Ana joga primeiro, depois Carlos, depois Ana e assim sucessivamente.
- Perde o jogo quem retirar o último cartão.

Por exemplo, se a posição inicial dos cartões for BBBPBPPBBP (*B* quer dizer *cartão com face branca para cima* e *P* quer dizer *cartão com face preta para cima*), então o jogo acaba em seis jogadas e Carlos perde; mostramos isso abaixo, sublinhando os cartões que serão retirados em cada jogada:

BBBPBPBBP  $\xrightarrow{\text{Ana}}$  BPBBPPB  $\xrightarrow{\text{Carlos}}$  BPPBBP  $\xrightarrow{\text{Ana}}$  BBPPB  $\xrightarrow{\text{Carlos}}$  BBP  $\xrightarrow{\text{Ana}}$  B  $\xrightarrow{\text{Carlos}}$  fim

a) Descreva o jogo que começa com os cartões na posição PBBBBBPPBP.

Correção	Revisão interna
----------	-----------------

b) Como devem estar inicialmente enfileirados os dez cartões para que o jogo termine em exatamente 11 jogadas?

Correção	Revisão interna
----------	-----------------

c) Ana e Carlos decidem mudar a regra inicial do jogo. Eles combinam que, alternadamente, cada um vai colocar um cartão sobre a mesa, da esquerda para direita, escolhendo a cor que ficará para cima, começando com Ana. Como Carlos deve dispor seus cartões para que ele tenha a vitória garantida?

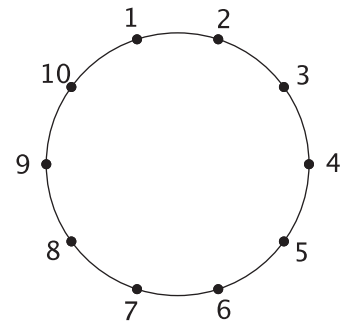
Correção	Revisão interna
----------	-----------------

TOTAL

Correção	Revisão interna
----------	-----------------

## QUESTÃO 6

Em uma caixa há 10 bolas idênticas, numeradas de 1 a 10. O número de cada bola corresponde a um dos pontos da figura, os quais dividem a circunferência em 10 partes iguais. Nos itens a seguir, considere que as bolas são retiradas ao acaso, uma a uma e sem reposição.



a) Se forem retiradas três bolas, qual é a probabilidade de que os pontos correspondentes sejam vértices de um triângulo isósceles?

Correção	Revisão interna
----------	-----------------

b) Se forem retiradas quatro bolas, qual é a probabilidade de que os pontos correspondentes sejam vértices de um quadrilátero convexo no qual exatamente dois dos ângulos internos sejam retos?

Correção	Revisão interna
----------	-----------------

c) Se forem retiradas cinco bolas, qual é a probabilidade de que os pontos correspondentes sejam vértices de um pentágono convexo que tenha o centro da circunferência em seu interior?

*Obs: se o centro da circunferência pertence ao lado do pentágono, então ele não está no interior do pentágono.*

	Correção	Revisão interna
TOTAL	Correção	Revisão interna

RASCUNHO

**NÃO SERÃO CONSIDERADAS AS RESPOSTAS NESSE ESPAÇO.**